

Title	Bolzano-Weierstrass ノ定理ニ就イテ
Author(s)	中澤, 武雄
Citation	全国紙上数学談話会. 91 p.11-p.13
Issue Date	1936-05-29
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74329
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

404. Bolzano-Weierstrass / 定理 = 就イテ

中 澤 武 雄 (東京文理大)

1° “有界無限集合ハ少クトモ一ツノ集積点ヲ有ス”ト
言フ Bolzano-Weierstrass / 定理ガ一次元ノ場合=
ハ今少シ條件ヲ弱クシテモ成立ツコトヲ証明シマス。

ordered set E = 就イテ点 x ノ近傍トハ x ヲ挟
ム任意二点ノ間 = アル点ノ集合ヲ指ス。又 E 内ノ部分集合 M
ガ有界デアルトハ M ヲ挟ム二点ガ存在スルコトヲ意味シ、
一点 x = 對シテ如何ナル $U(x)$ モ M ノ点ヲ無限 = 多ク含
ムトキ x ヲ M ノ Häufungspunkt ト云フ。

然ラバ set E ガ

(i) ordered set デアリ

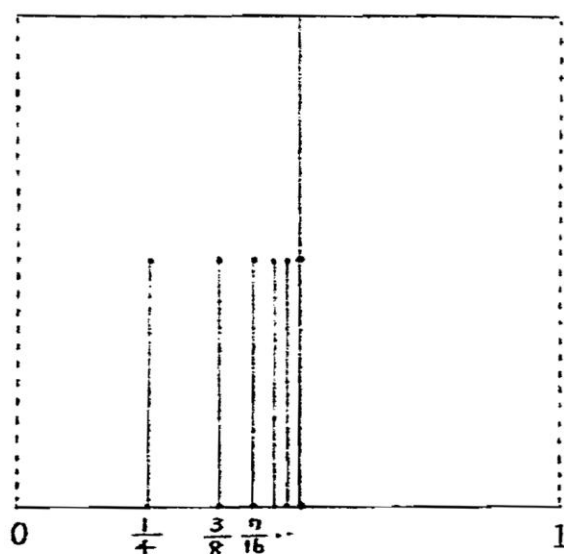
(ii) Schnittpunkt ガ少クトモ一ツ存在スル (ツマ
リ二ツアルトキヲモ許ス) トキハ

E 内 = 於テ Bolzano-Weierstrass / 定理ガ成立ス
ル。

証明: Schnitt ヲ作ル。即チ E ノ点 x = 對シテ x
ヨリ左 = M ノ点ガ高々有限個シカナイトキハ x ハ class I
= 入レル。然ラザルトキハ x ハ class II = 入レル。 M ハ
有界無限集合デアルカラ I, II トモ空 = ナラナイ。故カラ
Schnitt ガデキル。コノトキノ Schnittpunkt ハ唯一
ツデアル。ソレヲ x トスルト x ハ M ノ Häufungspunkt
= ナル。
*
— (証終) —

ユノ証明=依ルト E が separabel トカ stetig** ト
カ云フコトが必要デナイコトが分ル。

(1) 一 双ノ對辺ノ除カ
トタ正方形 $\{x, y\}, 0 < x < 1,$
 $0 \leq y \leq 1$ ノ集合 $A =$ 於テ
 $x_1 < x_2$ カ或ハ $x_1 = x_2,$
 $y_1 < y_2$ ナテ $(x_1, y_1) < (x_2, y_2)$
トスルト A ハ ordered set
デ Schnitt punkt satz
ナリタツ。



從ツテ Bolzano-Weierstrass ノ定理ガ成リ立ツ。例
ヘバ

$$(a) \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{7}{16}, \frac{1}{2}\right), \dots$$

$$(b) \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{7}{16}, \frac{1}{2}\right), \dots, \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

ハ共 $= \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ナ Häufungspunkt $= \in \mathbb{Q}$ 。然モ集合 A
ハ separabel ナハナイ。

(2) 順序数 ω_α ヨリ小ナル無テノ順序数ノ集合ヲ B ト
スルト B ハ ordered set デアリ Schnittpunkt ガ少
クトモ一ツ存在スルカラ Bolzano-Weierstrass ノ定理ガ
成リ立ツ。

(*) 始メ吳ノ証明ノ二倍程ダツタノヲ枅谷先生=訂正シテ頂
キマシタ。

(**) Dedekind ノ意味デ

コノ場合ハ M = 最初ノ点ガ存在スルカラ, ソコカラ 順々
 = 右ヘ数ヘテ行ケバ ω 番目 = ソノ *Häufungspunkt* = 到
 ル。其故コノ *Häufungspunkt* ハ ω ト共終テ極限順序
 数デアアル。 B ハ明ラカ = *stetig* デハナイ。 ω_α フ十分大
 ナクトレバ B ノ濃度ハ十分大トナル。 *metrisch* デモナク
 ナル。

(3) 順序数 ω_α = 對シテ ω_α 桁ノ小数 $0.x_1, x_2, \dots$
 ノ集合 C フ考ヘルト *ordered set* デ *Schnittpunkt*
 ガ唯一ツデアアルカラ *Bolzano-Weierstrass* ノ定理ガナ
 リタツ。 ω_α フ十分大 = トレバ C ノ濃度ハ十分大トナリ,
 又 *metrisierbar* デモナクナル。

2° 上ノ証明ハ又ソックリソノマ、次ノ定理 = 役立テ
 マス。

“有界 ω_α 集合ハ少クトモ一ツ ω_α 集積点ヲ有ス”